# PART4 導関数の計算

## 要点① 関数 $x^n$ と定数関数の導関数

関数 $y=x^2$ の導関数を $x^2$ と表す。この記号を用いると，関数 $x$，$x^2$，$x^3$ を微分した結果をそれぞれ

$$(x)'=1,\qquad (x^2)'=2x,\qquad (x^3)'=3x^2$$

と表すことができる。また，$c$ を定数とするとき，$y=c$（定数関数）を微分した結果を

$$(c)'=0$$

と表すことができる。

一般に，次の公式が成り立つ。

**関数 $x^n$ と定数関数の導関数の公式**

$n$ を正の整数，$c$ を定数とするとき

$$(x^n)'=nx^{n-1}\qquad\qquad (c)'=0$$

**例** $(x^4)'$

## 要点② 導関数の性質

関数 $y=4x^2$ を微分すると

$$y'=(4x^2)'=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-\ \ x^2}{h}=\lim_{h\to 0}\ \cdot\frac{(x+h)^2-x^2}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\ \cdot\frac{2xh+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}\ \cdot\frac{h(2x+h)}{h}=\lim_{h\to 0}\ (2x+h)=\ \cdot 2x$$

$(x^2)'=2x$ より，$(4x^2)'=4(x^2)'$

関数 $y=x^3+x^2$ を微分すると

$$y'=(x^3+x^2)'=\lim_{h\to 0}\frac{\{(x+h)^3+(x+h)^2\}-(x^3+x^2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{(x+h)^3-x^3}{h}+\frac{(x+h)^2-x^2}{h}\right\}$$

$$=\lim_{h\to 0}\{(3x^2+3xh+h^2)+(2x+h)\}=3x^2+2x$$

$(x^3)'=3x^2$，$(x^2)'=2x$ より，$(x^3+x^2)'=(x^3)'+(x^2)'$

一般に，次の性質が成り立つ。

**導関数の性質**

| | | |
|---|---|---|
| **1** | $k$ が定数で，$y=kf(x)$ のとき | $y'=kf'(x)$ |
| **2** | $y=f(x)+g(x)$ のとき | $y'=f'(x)+g'(x)$ |
| **3** | $y=f(x)-g(x)$ のとき | $y'=f'(x)-g'(x)$ |

**例**　関数 $y=2x^2-3x-4$ を微分すると

$$y'=(2x^2-3x-4)'=2(x^2)'-3(x)'-(4)'=2\cdot\quad-3\cdot\quad-\quad=4x-3$$

**[MEMO]**

**4**　関数 $f(x)=x^3-4x^2-3x+2$ を微分せよ。

また，$x=1$，$x=t$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

---

# Point Pickup

**公式・性質を用いた関数の微分**

$n$ を正の整数，$c$ を定数とするとき

$(x^n)'=nx^{n-1}$　　特に　$(x)'=1$，$(x^2)'=2x$，$(x^3)'=3x^2$

$(c)'=0$

$k$，$l$ を定数とするとき

$\{kf(x)\}'=kf'(x)$

$\{kf(x)\pm lg(x)\}'=kf'(x)\pm lg'(x)$　（複号同順）

**微分係数の求め方**

関数 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ を求める手順は以下。

①　$f(x)$ を微分し，導関数 $f'(x)$ を求める。

②　$f'(x)$ に $x=a$ を代入する。

# 第 16 講　PART4 確認問題

**1**　関数 $f(x)=3x^2-4x+2$ を微分すると

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}\,x-\boxed{\text{イ}}$$

また，$x=2$ における微分係数は

$$f'(2)=\boxed{\text{ウ}}$$

**2**　関数 $f(x)=x^3-2x^2+5x+1$ の，$x=t$ における微分係数は

$$f'(t)=\boxed{\text{エ}}\,t^2-\boxed{\text{オ}}\,t+\boxed{\text{カ}}$$

## [MEMO]

# PART4 導関数の計算

**4** 関数 $f(x)=x^3-4x^2-3x+2$ を微分せよ。

また，$x=1$，$x=t$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

**[解答]**

$$f'(x)=\left(x^3\right)'-4\left(x^2\right)'-3(x)'+(2)'$$

$$=3x^2-4\cdot 2x-3\cdot 1+0$$

$$=3x^2-8x-3$$

$$f'(1)=3\cdot 1^2-8\cdot 1-3=-8$$

$$f'(t)=3t^2-8t-3$$

# 第 16 講　PART4 確認問題 解答

## 1

**[正解]** ア：6，イ：4，ウ：8

**[解説]**

関数 $f(x)=3x^2-4x+2$ を微分すると

$$f'(x)=3\left(x^2\right)'-4(x)'+(2)' \quad \text{[A]}$$

$$=3\cdot 2x-4\cdot 1+0 \quad \text{[B]}$$

$$=\boldsymbol{6x-4}$$

また，$x=2$ における微分係数は

$$f'(2)=6\cdot 2-4=8 \quad \text{[C]}$$

[A]　$k$，$l$ を定数とするとき
$\{kf(x)\}'=kf'(x)$
$\{kf(x)\pm lg(x)\}'=kf'(x)\pm lg'(x)$
（複号同順）

[B]　$n$ を正の整数，$c$ を定数とするとき
$\left(x^n\right)'=nx^{n-1}$，$(c)'=0$

[C]　微分係数 $f'(a)$ の求め方
① $f(x)$ を微分し，導関数 $f'(x)$ を求める。
② $f'(x)$ に $x=a$ を代入する。

## 2

**[正解]** エ：3，オ：4，カ：5

**[解説]**

関数 $f(x)=x^3-2x^2+5x+1$ を微分すると

$$f'(x)=\left(x^3\right)'-2\left(x^2\right)'+5(x)'+(1)' \quad \text{[D]}$$

$$=3x^2-2\cdot 2x+5\cdot 1+0 \quad \text{[E]}$$

$$=3x^2-4x+5$$

よって，$x=t$ における微分係数は

$$f'(t)=\boldsymbol{3t^2-4t+5}$$

[D]　$k$，$l$ を定数とするとき
$\{kf(x)\}'=kf'(x)$
$\{kf(x)\pm lg(x)\}'=kf'(x)\pm lg'(x)$
（複号同順）

[E]　$n$ を正の整数，$c$ を定数とするとき
$\left(x^n\right)'=nx^{n-1}$，$(c)'=0$